تقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات باستخدام نموذج Over-Dispersed Poisson Model

رأفت أحمد إبراهيم
أستاذ التأمين والعلوم الإكتوارية
كلية التجارة
جامعة القاهرة

يمنى محمد عبد العزيز أحمد
مدرس التأمين والعلوم الإكتوارية
كلية التجارة
جامعة القاهرة

أية سعيد حنفى محمود
مدرس مساعد بقسم التأمين والعلوم الإكتوارية
كلية التجارة
جامعة القاهرة
aya.said@foc.cu.edu.eg

مستخلص البحث

أستهدف هذا البحث استخدام أحد النماذج العشوائية والتي تعتمد في تطبيقها على استخدام أسلوب البوتستراب من خلال تطبيق نموذج بواسون ذي التشتت الزائد Over-Dispersed Poisson Model في تقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات، مما يتطلب تقديم الأنواع المختلفة من الأخطاء التي تلعب دورًا مهمًا في تطبيق النموذج المقترح، والتي تمثل مصادر عدم التأكد المتمثلة في خطأ العملية وخطأ التقدير، حيث إن النماذج الرياضية هي مجرد نماذج مطابقة للواقع، فهي مرتبطة بعدم التأكد، وقد أسفر النموذج المقترح عن تقدير لمعالم النموذج من أجل التوصل إلى تقييم الخطأ المحتمل الذي يعتمد على استخدام أفضل تقدير والحصول على مقاييس التباين، حيث تتم مقارنة أخطاء تنبؤ البوتستراب مع المكافئ التحليلي لها من النماذج العشوائية الأخرى للمخصص ، وتوصلت الدراسة إلى أن قيمة مخصص المطالبات المقدرة المتوقعة بلغت ١١٤ مليون جنيهاً مصرياً، وبلغت نسبة خطأ التنبؤ ١٦٪ ، ويوصي الباحث من خلال نتائج الدراسة بأهمية تبني هيئة الرقابة المالية تطبيق النموذج المستخدم في هذا البحث لتقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات، بالإضافة إلى استخدام أسلوب البوتستراب لتقدير مخصص المطالبات بالاستعانة بالبرامج الإكتوارية والإحصائية المتطورة لما لها من مزايا في الحصول على جميع المعلومات المطلوبة حول توزيع الخسارة وخطأ التنبؤ في التقدير.

الكلمات المفتاحية

مخصص المطالبات، خطأ التنبؤ، نموذج بواسون ذي التشتت الزائد Over-Dispersed Poisson Model.

تم استلام البحث في ٣١ مارس ٢٠٢٣، ***وقبوله للنشر في*** ٢٤ نوفمبر ٢٠٢٣

١. المقدمة:

في السنوات الأخيرة ، حظيت العلاقة بين النماذج العشوائية المختلفة وطريقة التسلسل السلمي على اهتمام كبير من قبل الباحثين، حيث تم بناء النماذج العشوائية بهدف إنتاج نفس تقديرات المخصص تمامًا مثل طريقة التسلسل السلمي التقليدية، ولكن يستمد تطبيق النماذج العشوائية أهميته كمكمل للطرق التقليدية التي تقدر المخصص بنقطة واحدة في أنها تقوم بقياس التغير في مخصص المطالبات وتقديره بدقة عالية، وبدلًا من أن تعطي تقدير بنقطة واحدة فقط فإنها تقيس أيضا أوجه عدم التأكد وتقدر الخطأ في تقديرات تلك المخصصات، ويهتم هذا البحث بتطبيق نموذج بواسون ذي التشتت الزائد Over-Dispersed Poisson Model باستخدام أسلوب Bootstrap من أجل توفير أفضل تقدير Best Estimate، و مقاييس التباين Measures of Variability وذلك من خلال التعامل مع تقدير المخصصات كتحليل للبيانات وبناء نموذج لتقدير المخصصات وفقًا لإطار إحصائي (England, P., & Verrall, R. 1999) ، و يتميز تطبيق أسلوب البوتستراب Bootstrap بأنه نموذج إحصائي قائم على المحاكاة و ويسهل الحصول على التوزيع التنبؤي الكامل للمخصصات، ويعتبر أكثر فاعلية في حالة عدم وجود معلومات كافية حول التوزيع الاحتمالي للمطالبات لأنه يمد الخبير الإكتواري بجميع المعلومات اللازمة مثل تقدير مخصص المطالبات العشوائي وتقدير خطأ التنبؤ ومدى المخصص (Ogutu, J. A, 2011)

وتعتبر مخصصات المطالبات تقديرات للمدفوعات المستقبلية الكلية، وقد تختلف المدفوعات المستقبلية الفعلية عن القيم المقدرة المتوقعة وذلك لعدة أسباب تأتي من مصادر الخطأ في تقديرات مخصص المطالبات والتي تتمثل في ثلاثة أنواع للخطأ وهم : أولاً- خطأ النموذج: ويظهر بسبب أن النماذج ليست معروفة بشكل مؤكد، وهي مجرد تقديرات تقريبية لظواهر العالم الحقيقي التي يتم نمذجتها، ثانياً- خطأ المعلمة (التقدير): ويرجع إلى أن القيم الفعلية محدودة من حيث الكمية، لذلك لا تُعرف المعلمات على وجه التأكد، فهو ناتج عن أن المعلمات المقدرة متغيرات عشوائية، وبافتراض استخدام أفضل البيانات الممكنة، فإنه يوجد انحراف عشوائي متأصل في متوسطات البيانات يعطي تفسيرًا غير صحيح وبالتالي قيم معلمات غير مناسبة، ثالثاً- خطأ العملية: وهو يتمثل في أن الناتج الفعلي يختلف عن الناتج التقديري نتيجة الانحراف العشوائي المتأصل في العمليات (Gutterman,Sam,2017)، وسيركز هذا البحث ليس فقط على التنبؤ بالقيم المستقبلية ولكن أيضًا على تحديد مدى التغير في مخصص المطالبات وذلك من خلال تطبيق أسلوب البوتستراب(Kaas, R, et al. 2009).

٢. طبيعة المشكلة:

تتمثل مشكلة البحث في أن الطرق التقليدية الإكتوارية المستخدمة في شركات التأمين المصرية في تقدير مخصص المطالبات لا تساعد في تقييم الفرق المتوقع بين تقديرات المدفوعات المستقبلية الفعلية والمطالبات المتوقعة المقدرة ولا تقدر مدى التغير في تلك القيمة المتوقعة بل تكتفى بتقدير مخصص المطالبات برقم إجمالي واحد، ومن الواضح أن هناك خطر يتمثل في أن مخصصات المطالبات لن تكفي لسداد جميع المطالبات في النهاية، وبالتالي من أجل إدارة ومراقبة هذا الخطر فهناك ضرورة لاستكمال أفضل تقدير إكتواري ببعض مقاييس التباين التي يمكن أن تتبعها شركة التأمين ، وهذا يمثل نقطة الضعف الرئيسية في هذه الطرق على الرغم من دقتها حيث أنها توفر القليل من الفهم لمستوى عدم التأكد المرتبط بأفضل تقدير إكتواري، بينما تهتم النماذج العشوائية بمقاييس التباين في قيم مخصص المطالبات التي سوف يتم سدادها في المستقبل ، وأخذ عدم التأكد Uncertainty في تقديرات تلك المخصصات وتوفير معلومات حول توزيع المخصص.

٣. أهداف البحث:

يهدف الباحث من خلال هذه الدراسة إلى تحقيق عدد من الأهداف وهي:

- تقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات، وقياس أهم المؤشرات التي تقيس قوة المخصص والانحراف العشوائي الناتج عن مخصص المطالبات المقدر مثل المتوسط Mean والانحراف المعياريStandard Deviation ومعامل الاختلاف Coefficient Of Variation.
- تقدير دقة النموذج المقدر وحجم التغير العشوائي المحتمل.
- إمكانية تطبيق اختبارات إحصائية على النموذج لإثبات أي افتراضات وفهم تباين عملية المطالبات.
- الاهتمام بتطبيق أسلوب المحاكاة في تقدير خطأ التنبؤ وتوفير توزيع تنبؤي مُحاكى بدلًا من الحسابات التحليلية المعقدة.

٤. أهمية البحث:

تُعد مهمة تقدير مخصص المطالبات أحد المهام الإكتوارية في صناعة التأمين، حيث تعطي مؤشر عن قدرة الشركة على سداد الديون من عدمها في المستقبل ، وذلك لأن دقة تقدير مخصص المطالبات في تأمينات الممتلكات والمسئوليات أمرًا حاسمًا لنجاح شركة التأمين ولضمان استمرار ملاءتها المالية أي قدرتها على سداد التزاماتها والوفاء بدفع التعويضات المستقبلية، ونظرًا لأهمية هذه التقديرات وأهمية التباين لمخصص المطالبات فقد تم تطوير العديد من الطرق والنماذج للتوصل إلى التقديرات الصحيحة، حيث يجب أن يكون لدى الشركة رؤية واضحة للخسائر غير المتوقعة، حيث تتجه المتطلبات التنظيمية ومعايير المحاسبة الدولية نحو طلب مزيد من المعلومات حول التوزيع لمخصص المطالبات.

٥. حدود البحث:

تقتصر حدود البحث على بيانات مثلث المطالبات السنوية لإحدى شركات التأمين المصرية في قطاع تأمينات الممتلكات والمسئوليات وذلك عن الفترة من عام ٢٠١٢ حتى عام ٢٠٢١.

٦. منهجية البحث:

يعتمد هذا البحث على استخدام نموذج بواسون ذي التشتت الزائد Over-Dispersed Poisson Model (ODP) لتقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات في تأمينات الممتلكات والمسئوليات باستخدام أسلوب البوتستراب، وتم تطبيق هذا النموذج في دراسة (England, P., & Verrall, R., 1999)، هذا ويعتبر نموذج بواسون ذي التشتت الزائد نموذج إحصائي عند استخدامه فيما يتعلق بمخصص المطالبات، فيتم ملائمته لمثلث المطالبات السنوية، هو من أكثر النماذج الخطية المعممة Generalized linear model (GLM) المستخدمة والذي يعتمد على توزيع بواسون، وبما أن معظم الأساليب التحليلية تركز على متوسط وتباين توزيع النتائج، فإنه غالبًا ما يكون من الصعب جدًا الحصول على التوزيع الكامل، وبالتالي يتم استخدام أسلوب Bootstrap للحصول على التوزيع التنبؤي الكامل وذلك من خلال إضافة افتراضات توزيعية للحصول على مقاييس المقدر لمخصص المطالبات.

٧. الدراسات السابقة:

تم بناء العديد من النماذج في تقدير مخصص المطالبات في تأمينات الممتلكات والمسئوليات والتي اهتمت بتطبيقها دراسة (حسن، ٢٠٠٣) والتي هدفت إلى تطبيق مجموعة من الطرق لتقدير مخصص مطالبات التي وقعت ولم يتم الإبلاغ عنها (IBNR) Incurred but not reported، والمتمثلة في : طريقة التسلسل السلمي المرجحة بعوامل التضخم، طريقة الفصل، طريقة المربعات الصغرى، طريقة Cheung، النموذج الضربي اللوغاريتمي ، وهدفت دراسة (Ibrahim, R.,2006) إلى تقدير مخصصات الخسارة باستخدام اثنتان من الطرق التقليدية وهم طريقة التسلسل السلمي التقليدية وطريقة بورنهيتر فيرغسون التقليدية، واهتمت دراسة (سلام، ٢٠١٠) باستخدام نموذج كمي لتقدير مخصص الخسارة بدقة، حتى تختفي وتتلاشي الفجوة بين مخصصات الخسارة المقدرة والمطالبات التي تم سدادها بالفعل، وهدفت دراسة (Hussein, R.,2016) إلى تقدير مخصص المطالبات التي تحققت ولم يتم الإبلاغ عنها ، وذلك باستخدام أحد النماذج العشوائية والمتمثل في نموذج التسلسل السلمي المزدوج Double Chain Ladder Model وهو من النماذج المرتبطة بطريقة التسلسل السلمي، وتوصلت دراسة (عبد القوي، ٢٠١٩) إلى تقدير أكثر معقولية واستقرارًا للتعويضات النهائية المتوقعة لحساب مخصص المطالبات التي وقعت ولم يتم الإبلاغ عنها حتى نهاية المركز المالي . ومن خلال استعراض الدراسات السابقة توصل الباحث إلى أنه هناك اهتمام من الباحثين بتقدير مخصص المطالبات باستخدام طرق وأساليب مختلفة، وعلى النقيض لم يولي الباحثين اهتمام بالتركيز على تقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات الناتج عن وجود فروق بين مخصص المطالبات المقدرة والفعلية، وقياس مدى التغير أو التباين في قيم تلك المطالبات التي يتم سدادها فعلاً، وإبراز أهمية استخدام أسلوب المحاكاة في تقدير خطأ التنبؤ بدلًا من الحسابات التحليلية المعقدة.

٨. خطة البحث:

تنقسم خطة البحث إلى محورين أساسيين كما يلي:

١- الإطار النظري لتقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات باستخدام نموذج بواسون ذي التشتت الزائد Over-Dispersed Poisson Model (ODP).

٢- التطبيق العملي لتقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات باستخدام نموذج بواسون ذي التشتت الزائد Over-Dispersed Poisson Model (ODP).

٨-١ الإطار النظري لتقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات باستخدام نموذج بواسون ذي التشتت الزائد Over-Dispersed Poisson Model (ODP)

٨-١-١ المنهجية *Methodology*

عند إجراء تنبؤات لمبالغ المطالبات التي تتكون من مثلثات الخسارة، غالبًا ما يكون الهدف الرئيس هو الحصول على المبلغ الإجمالي للمطالبات لكل سنة من سنوات الحوادث، وليس من المهم معرفة مبالغ المطالبة لكل مجموعة من سنوات الحوادث وسنة التطور بقدر أهمية معرفة الإجمالي لكل سنة، ومن المهم أيضًا وجود القدرة على التنبؤ بحد أعلى لإجمالي كل عام، لذلك يجب تقدير بعض مقاييس التغير جنبًا إلى جنب مع تقدير المعلمة، وبالتالي تم استخدام العديد من طرق المخصص العشوائي لإنشاء مقاييس التغير، وتم التركيز بالكامل على خطأ المعلمة ، أو ما يسمى بتباين التقدير وخطأ العملية، ويُطلق على مجموع تباين العملية وتباين التقدير "تباين التنبؤ" وهو مقياس للتغير في التنبؤ المحسوب باعتباره الجذر التربيعي أو بمعنى آخر الخطأ التربيعي للتنبؤ the Root means squared error of the prediction(RMSEP) ، وهذه إحدى المزايا الرئيسية لاستخدام أسلوب البوتستراب ؛ فبدلاً من محاولة الحصول على خطأ التنبؤ بالحسابات التحليلية، يمكن الحصول عليه من خلال المحاكاة وحسابه بسهولة في جدول بيانات(England, P.D., & Verrall, R. J., 2006).

٨-١-٢ نموذج بواسون ذي التشتت الزائد (ODP)

نرمز للمطالبات السنوية بالرمز $(C_{i,j})$ لسنة الحادث i ولفترة التطور j، ويمكن صياغة المتوسط والتباين وفقًا لنموذج Generalized linear model (GLM):

$$E[X_u] = m_u \quad \text{and} \quad Var[X_u] = \frac{\phi V(m_u)}{w_u} \qquad (١)$$

$V(m_u)$: يشير إلى التباين (دالة في المتوسط)، بينما يمثل $\emptyset$ معلمة مقياس ODP (Scale Parameter) ، (w_u) يمثل الأوزان المخصصة للمتغير $C_{i,j}$ ووفقًا لنموذج ODP فإنه يفترض أن $(C_{i,j})$: متغيرات عشوائية تتبع توزيع ODP، حيث تساوي جميع الأوزان ١ صحيح، ويتم استخدام معلمة مقياس واحدة $\emptyset$.

وبالتالي وفقًا لنموذج ODP الذي يستخدم معادلة GLM يتم تعريف متوسط وتباين النموذج من خلال المعادلة الآتية:

$$E[C_{i,j}] = m_{i,j} = C_i\, y_j \text{ , } var\,[C_{i,j}] = \emptyset E\,[C_{i,j}] = \emptyset C_i\, y_j \qquad (٢)$$

في هذه المعادلة C_i: تمثل المطالبات النهائية المتوقعة في المثلث، بينما تمثل y_j نسبة المطالبات النهائية التي من المتوقع ظهورها في فترة التطور j، وهناك معادلة بديلة للمتوسط والتباين تستخدم لأغراض التقدير تكون أكثر اقتباسًا عند استخدام ODP من خلال المعادلة الآتية:

$$E\left[C_{ij}\right] = m_{ij} \quad \text{and} \quad Var\left[C_{ij}\right] = \phi m_{ij} . \qquad (٣)$$

ويمكن الحصول على قيم التنبؤ المتسقة مع طريقة التسلسل السلمى ويتم التعبير فيها عن متوسط ODP في شكل خطي وذلك عن طريق أخذ اللوغاريتمات باستخدام المعادلة الآتية:

$$\log\left(m_{ij}\right) = c + \alpha_i + \beta_j \qquad (٤)$$

ووفقًا لمعلمات نموذج GLM نستخدم دالة الارتباط اللوغاريتمي a log link function بهيكل توقع به معلمة لكل صف i ومعلمة لكل عمود j ، حيث أن GLM تحدد بدالة الربط اللوغاريتمية، والتباين يتناسب مع المتوسط، حيث يكون التباين أكبر من المتوسط، ويضمن استخدام the log link function أن تكون عوامل التطور المقدرة أكبر من صفر، وإلا فإن النموذج لا معنى له في سياق مخصص المطالبات، وتكون معلمة المقياس غير معلومة حيث يتم تقديرها كجزء من إجراءات توفيق النموذج، وعادة تكون أكبر من واحد صحيح، وفي نموذج ODP تستخدم معلمة مقياس ثابتة لكل فترة تطور.

يمكن الحصول على جذر متوسط الخطأ التربيعي للتنبؤ (RMSEP) ، المعروف أيضًا باسم خطأ التنبؤ، حيث يمثل متوسط الخطأ التربيعي للتنبؤ (MSEP) Mean square error of the prediction الفرق التربيعي المتوقع بين النتيجة الفعلية والقيمة المتوقعة من خلال المعادلة الآتية:

$$E\left[\left(C_{i,j}-\hat{C}_{i,j}\right)^2\right]=E\left[\left(\left(C_{i,j}-E[C_{i,j}]\right)-\left(\hat{C}_{i,j}-E[C_{i,j}]\right)\right)^2\right]$$
$$\backsimeq E\left[\left(C_{i,j}-E[C_{i,j}]\right)^2\right]+E\left[\left(\hat{C}_{i,j}-E[\hat{C}_{i,j}]\right)^2\right] \quad (5)$$

بمعنى أن خطأ التنبؤ = تباين العملية + تباين التقدير.

٨-١-٣ أسلوب *Bootstrap*

البوتستراب هو شكل من أشكال طرق مونت كارلو اللامعلمية nonparametric Monte Carlo methods عن طريق إعادة أخذ العينات من البيانات، وغالبًا ما يتم استخدام هذه الأساليب عندما تكون العينة هي المعلومة الوحيدة المتاحة ، والهدف هو إعادة تشكيل البيانات بشكل متكرر للحصول على فكرة أفضل عن التوزيع أو المعلمة ، ويمكن إجراء إعادة التشكيل على البيانات Resampling أو على البواقي، وذلك اعتمادًا على نوع المشكلة، وإذا لم يتم التمثيل الجيد للتوزيع الفعلي من خلال البيانات الفعلية، فإن العينات التي تم الحصول عليها عن طريق البوتستراب لن تصبح قريبة من القيم الفعلية، وسرعان ما أصبح البوتستراب لنموذج بواسون ذي التشتت الزائد في (England and Verrall, 2002) أسلوبًا شائعًا لقياس خطر المخصص في نماذج رأس المال المستندة إلى المحاكاة من أجل الملاءة المالية٢ Solvency2، وأصبح يُعرف باسم "نموذج ODP أو "نموذج البوتستراب" .(England, P. D., Verrall, R. J., & Wüthrich, M. V.,2019)

وفيما يتعلق بالمتطلبات الأساسية لأسلوب البوتستراب فإن القيم الفعلية المستخدمة في البوتستراب هي أحد تلك المتطلبات الأساسية والتي يجب أن تكون مستقلة وموزعة بشكل متماثل مع مشاكل الانحدار، ويُفترض عادةً أن تكون البيانات مستقلة، ولكنها ليست موزعة بشكل متماثل لأن الفروق المحتملة تعتمد على المتغيرات المشتركة، لذلك، مع نماذج الانحدار، من الشائع تطبيق أسلوب بوتستراب البواقي، بدلاً من البيانات نفسها، نظرًا لأن البواقي مستقلة تقريبًا وموزعة بشكل متماثل ,England). P. D., & Verrall, R. J. ,2006)

وبالنسبة لمشاكل مخصص المطالبات، يجب تقدير خطأ التنبؤ، ويعتبر البوتستراب طريقة مناسبة للقيام بذلك، وفي مثل تلك الأنواع من المشاكل، من الشائع إعادة تشكيل بواقي Resample the residuals المثلث العلوي من المطالبات مع الاستبدال وإنشاء مجموعات بيانات (ناتجة عن المحاكاة) Pseudo Data ثم يتم تقدير نفس النموذج على البيانات التي تم محاكاتها للحصول على تقديرات معلمة البوتستراب للتكرار الأول، ثم يتم تكرار العملية عدة مرات لإعطاء توزيع بوتستراب لتقديرات المعلمات، ومن أجل الحصول على قيم البواقي، يجب أولاً حساب القيم المقدرة، وتستخدم معظم طرق البوتستراب طريقة التسلسل السلمي للتقدير والتنبؤ، وبالنظر إلى المثلث العلوي لمبالغ المطالبات التراكمية الفعلية وعوامل تطور التسلسل السلمي، يمكن الحصول على القيم المقدرة، حيث سيبقى القطر النهائي للمبالغ الفعلية كما هو بالنسبة للقيم المقدرة، وبعد ذلك الحصول على القيم المقدرة للبواقي بشكل عكسي عن طريق قسمة متكررة للقيمة النهائية في الوقت t على عامل التطور من الوقت t-1 وذلك من البيانات التراكمية المختارة، ويمكن بسهولة الحصول على البيانات السنوية المقدرة fitted incremental data عن طريق طرح القيم التراكمية، وبمجرد الحصول على القيم السنوية المقدرة، يمكن حساب قيم البواقي residual value، ومن المهم استخدام معادلة بواقي مناسبة، ويتم استخدام بواقي بيرسون Pearson Residual بشكل أكثر شيوعًا من خلال المعادلة الآتية: ,Chase (T. R., 2015)

$$r=\frac{x-m}{\sqrt{m}} \quad (6)$$

حيث x وm هما مبالغ المطالبة السنوية الفعلية والمقدرة على التوالي، وتعتبر قيم البواقي بدون مقياس، لأنها لا تحتوي على معلمة المقياس ∅، ومعلمة المقياس هذه غير مطلوبة في حسابات البوتستراب، ولكنها تُستخدم عند اكتشاف خطأ العملية لذا يجب تقديرها، وتُقدَّر معلمة المقياس إما بانحراف النموذج مقسومًا على درجات الحرية، أو إحصاء بيرسون كاي تربيع مقسومًا على درجات الحرية ، ويتم الحصول على البواقي عن طريق طرح القيمة المتوقعة m من القيمة الفعلية x، ومن ثَم تُسمى النتيجة Residual، وبقسمة هذا الفرق على مقدار التباين المقدر يساوي بواقي معيارية Standard Residual، ونتوقع أن يكون متوسط هذه البواقي القياسية صفرًا، وأن يكون التباين ثابتًا (ST7, 2013).

يتم الحصول على إحصائيات Pearson chi-squared ومنها مجموع مربعات قيم البواقي المقابلة، وبالنسبة للتطبيق العملي تم استخدام بيرسون كاي تربيع، ويتم تعريف درجات الحرية degrees of freedom على (أنها عدد نقاط البيانات في عينة البيانات الأصلية ويطرح منها عدد المعلمات المستخدمة في النموذج المقدر)، لذلك يتم الوصول إلى معلمة مقياس بيرسون من خلال:

$$\phi^* = \frac{\sum r^2}{n-p} \tag{7}$$

حيث n هو عدد نقاط البيانات في العينة، وp هو عدد المعلمات المقدرة، وتستخدم معلمة مقياس بيرسون في تباين التقدير في عملية البوتستراب، وتباين تقدير البوتستراب مماثل لتباين التقدير التحليلي دون تعديل عدد المعلمات، كما لو تم حساب معلمة المقياس بالقسمة على n وليس$(n-p)$ ، ولتمكين إجراء مقارنة مناسبة بين تباينات التقدير التي يقدمها كل إجراء، من الضروري إجراء تعديل على تباين تقدير البوتستراب لمراعاة عدد المعلمات المستخدمة في النموذج المقدر (England, P., & Verrall, R. 1999).

ثم بعد ذلك يتم أخذ عينة عشوائية من البواقي (باستخدام أخذ العينات مع الاستبدال)، جنبًا إلى جنب مع القيم المقدرة، ويتم الحصول على القيم الناتجة من المحاكاة لمبالغ المطالبة X^*، عن طريق حل X واستخدام قيم البواقي residual value من Pearson المعاد تشكيلها r^*، والقيم السنوية المقدرة fitted incremental، ويتكرر هذا عدة مرات، ويتم إعادة تقدير النموذج لكل مجموعة من البيانات المقدرة، مما يعطي توزيعًا لتقديرات المعلمات، وتمتد مرحلة التنبؤ النهائية من عملية البوتستراب لتوفير قيم التنبؤ (بناءً على توزيع تقديرات المعلمات)، بما في ذلك خطأ العملية، وبهذه الطريقة، يعطي bootstrapping مثلًا علويًا جديدًا للمدفوعات السنوية.

$$X^* = r^* \sqrt{m} + m \tag{8}$$

ويتم تعريف البيانات الناتجة عن المحاكاة على أنها:

$$C_{ij}^B = r_{ij}^B \sqrt{\hat{\phi}\hat{m}_{ij}} + \hat{m}_{ij} \tag{9}$$

$\hat{m}_{ij}$ تمثل المطالبات السنوية المقدرة، r_{ij}^B قيمة إعادة أخذ عينات البواقي Resampled Residuals

يمكن الحصول على خطأ التنبؤ بأخذ الجذر التربيعي لمتوسط الخطأ التربيعي، ويمكن الحصول على تباين عملية البوتستراب بضرب إجمالي مبلغ المخصص لكل سنة من الحوادث بمعامل المقدر $\emptyset^*$، وكذلك الحصول على إجماليات سنة الحوادث R ، عن طريق حساب تقديرات التسلسل السلمي للمخصصات المستقبلية على بيانات مبلغ المطالبة الفعلية، ويستخدم تباين التقدير الخطأ القياسي الموجود لمخصصات سنة الحادث على جميع عينات البوتستراب، ويتم قياس تباين التقدير لأخذ درجات الحرية في الاعتبار، ويتم تقديم تقديرات البوتستراب من خلال:

$$Var(X_{i,j})_B = \phi^* R \tag{10}$$

$$\mathrm{Var}\,(\hat{X}_{i,j})\mathrm{B} = \frac{n}{n-p}(\mathrm{SE}(R))^2 \tag{11}$$

$$\mathrm{PE}_{bs} = \sqrt{\phi_P R + \frac{n}{n-p}(\mathrm{SE}_{bs}(R))^2}, \tag{12}$$

$X_{i,j}$: مبلغ المطالبات السنوية من سنة الحادث i وسنة التطور j، R هي إجمالي المخصص لسنوات الحوادث، و$SE_{bs}(R)$ هو الخطأ المعياري للبوتستراب لتقدير المخصص.

٨-٢ التطبيق العملي لتقدير خطأ التنبؤ باستخدام نموذج بواسون ذي التشتت الزائد Over-Dispersed Poisson Model (ODP)

تتمثل الخطوة الأولى للحصول على خطأ التنبؤ في صياغة نموذج إحصائي أساسي يقوم بوضع افتراضات حول البيانات، وإذا كان الهدف هو تقديم نموذج عشوائي مشابه لطريقة التسلسل السلمي، فإن الشرط الأول الواضح هو أن القيم المتوقعة يجب أن تكون مماثلة لتلك الخاصة بطريقة التسلسل السلمي، وذلك بهدف تقدير خطأ التنبؤ لتقدير المخصص الذي قدمه نموذج التسلسل السلمي بالاعتماد على أسلوب البوتستراب لنموذج ODP ، ويتمثل التطبيق العملي في مرحلتين وهما : المرحلة الأولى هي تطبيق طريقة التسلسل السلمي التقليدية لتقدير إجمالي مخصص المطالبات أما المرحلة الثانية تقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات لنموذج ODP باستخدام أسلوب البوتستراب، والذي يمكن من خلاله اشتقاق إحصائيات موجزة مثل المتوسط و الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف ومن خلال هذا الجزء يتم تطبيق أفضل تقدير عشوائي لنموذج (ODP) من خلال الخطوات الآتية :

٨-٢-١ *المرحلة الأولى: تطبيق طريقة التسلسل السلمي التقليدية*

تم تطبيق طريقة التسلسل السلمي لمخصص المطالبات للحصول على أفضل تقدير والذي يمثل التقدير بنقطة واحدة (برقم واحد)، وليس فترة ثقة.

(أ) المطالبات التراكمية Cumulative claims وفقًا لسنة الحادث i وفترة التطور j

تم استخدام مثلث بيانات المطالبات التراكمية، من خلال الجدول التالي:

جدول (١) المطالبات التراكمية

سنة الحادث	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	2,080,206	6,739,083	12,369,777	19,256,863	21,631,494	23,408,748	26,699,247	28,048,879	30,405,699	31,242,235
2013	1,503,633	7,738,447	12,173,594	18,695,872	22,460,312	23,279,933	26,397,452	27,704,340	30,496,061	
2014	1,844,186	9,184,109	13,659,961	21,225,021	22,873,640	24,709,853	25,738,505	28,021,679		
2015	2,836,871	6,664,208	11,370,255	16,194,018	18,743,230	21,730,627	26,290,105			
2016	2,351,353	8,258,280	13,443,681	17,358,798	21,284,533	23,502,293				
2017	2,772,979	7,185,188	13,321,521	19,578,888	21,480,023					
2018	2,315,324	7,450,122	14,994,972	18,818,123						
2019	1,788,922	6,751,433	13,125,774							
2020	2,026,836	7,513,745								
2021	2,191,120									

المصدر: من إعداد الباحث من واقع قيم مثلث المطالبات لإحدى شركات التأمين المصرية للفترة من٢٠١٢ حتى ٢٠٢١ باستخدام برنامج الإكسيل.

(ب) المطالبات السنوية وفقًا لسنة الحادث i وفترة التطور j

تم استخدام مثلث بيانات المطالبات السنوية Incremental Claims Actual، من خلال طرح قيم المطالبات التراكمية من خلال الجدول التالي:

جدول (٢) المطالبات السنوية الفعلية Actual Incremental Incurred Claims

سنة الحادث	سنة التطور Development year (A)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2012	2,080,206	4,658,877	5,630,694	6,887,086	2,374,631	1,777,254	3,290,499	1,349,632	2,356,820	836,536
2013	1,503,633	6,234,814	4,435,147	6,522,278	3,764,440	819,621	3,117,519	1,306,888	2,791,721	
2014	1,844,186	7,339,923	4,475,852	7,565,060	1,648,619	1,836,213	1,028,652	2,283,174		
2015	2,836,871	3,827,337	4,706,047	4,823,763	2,549,212	2,987,397	4,559,478			
2016	2,351,353	5,906,927	5,185,401	3,915,117	3,925,735	2,217,760				
2017	2,772,979	4,412,209	6,136,333	6,257,367	1,901,135					
2018	2,315,324	5,134,798	7,544,850	3,823,151						
2019	1,788,922	4,962,511	6,374,341							
2020	2,026,836	5,486,909								
2021	2,191,120									

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

(ج) حساب معدلات التطور Development Factors (DF)

والتي تعرف أيضًا بـ Age To Age Factors حيث يتم حسابها عن طريقة قسمة المطالبات التراكمية في كل سنة تطور على المطالبات التراكمية في السنة السابقة لها مباشرة بطريقة التسلسل السلمي.

جدول (٣) حساب معدلات تطور الخسائر للمطالبات النهائية المتوقعة

سنة التطور	**(2/1)**	**(3/2)**	**(4/3)**	**(5/4)**	**(6/5)**	**(7/6)**	**(8/7)**	**(9/8)**	**(10/9)**
معدلات التطور	3.4571	1.7418	1.4357	1.1439	1.0901	1.1288	1.0627	1.0923	1.0275
معدلات التطور التراكمية	14.5147	4.1984	2.4104	1.6789	1.4676	1.3464	1.1927	1.1224	1.0275

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

جدول (4) المطالبات التراكمية المتوقعة للمدفوعات المستقبلية

Triangle of Cumulative Loss Payments مثلث مدفوعات المطالبات التراكمية										
سنه التطور/ السدادDevelopment year										
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	سنة الحادث
31,242,235	30,405,699	28,048,879	26,699,247	23,408,748	21,631,494	19,256,863	12,369,777	6,739,083	2,080,206	2012
31,335,083	30,496,061	27,704,340	26,397,452	23,279,933	22,460,312	18,695,872	12,173,594	7,738,447	1,503,633	2013
31,451,485	30,609,346	28,021,679	25,738,505	24,709,853	22,873,640	21,225,021	13,659,961	9,184,109	1,844,186	2014
31,356,894	30,517,287	27,937,403	26,290,105	21,730,627	18,743,230	16,194,018	11,370,255	6,664,208	2,836,871	2015
31,642,628	30,795,371	28,191,978	26,529,669	23,502,293	21,284,533	17,358,798	13,443,681	8,258,280	2,351,353	2016
31,525,104	30,680,994	28,087,270	26,431,135	23,415,003	21,480,023	19,578,888	13,321,521	7,185,188	2,772,979	2017
31,593,257	30,747,322	28,147,991	26,488,276	23,465,623	21,526,460	18,818,123	14,994,972	7,450,122	2,315,324	2018
31,637,760	30,790,634	28,187,641	26,525,588	23,498,678	21,556,783	18,844,631	13,125,774	6,751,433	1,788,922	2019
31,546,051	30,701,380	28,105,933	26,448,697	23,430,561	21,494,296	18,790,005	13,087,726	7,513,745	2,026,836	2020
31,803,343	30,951,783	28,335,167	26,664,415	23,621,663	21,669,605	18,943,258	13,194,470	7,575,028	2,191,120	2021

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

ولتقدير المطالبات النهائية المتوقعة Expected Ultimate claims تم ضرب آخر قطر Diagonal من المطالبات التراكمية المدفوعة من جدول (١) في معدلات التطور التراكمية من جدول (٣) لكل سنة من سنوات الحادث كما يتضح من خلال الجدول التالي:

جدول (5) تقدير المطالبات النهائية المتوقعة

سنة الحادث	المدفوعات لكل سنة تطور في القطر الأخير	المطالبات التراكمية المدفوعة (Latest Diagonal)	معدلات التطور التراكمية	المطالبات النهائية
(1)	(2)	(3)	(4)	(5) = (3)x(4)
2012	10	31,242,235	1.0000	31,242,235
2013	9	30,496,061	1.0275	31,335,083
2014	8	28,021,679	1.1224	31,451,485
2015	7	26,290,105	1.1927	31,356,894
2016	6	23,502,293	1.3464	31,642,628
2017	5	21,480,023	1.4676	31,525,104
2018	4	18,818,123	1.6789	31,593,257
2019	3	13,125,774	2.4104	31,637,760
2020	2	7,513,745	4.1984	31,546,051
2021	1	2,191,120	14.5147	31,803,343
الإجمالي		202,681,158		315,133,839

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

(د) تقدير إجمالي مخصص المطالبات

تتكون المطالبات النهائية من مجموع ثلاثة عناصر هي: المطالبات المسددة التراكمية + مخصص التعويضات تحت التسوية + مخصص IBNR، ويتمثل إجمالي مخصص المطالبات في (مخصص التعويضات تحت التسوية وIBNR)، ويتم حسابه من خلال المعادلة التالية = المطالبات النهائية – المطالبات المدفوعة.

جدول (6) تقدير إجمالي مخصص المطالبات

سنة الحادث	المطالبات النهائية	المطالبات المدفوعة (Latest Diagonal)	إجمالي مخصص المطالبات
(1)	(2)	(3)	(4)=(2) – (3)
2012	31,242,235	31,242,235	0
2013	31,335,083	30,496,061	839,022
2014	31,451,485	28,021,679	3,429,806
2015	31,356,894	26,290,105	5,066,789
2016	31,642,628	23,502,293	8,140,335
2017	31,525,104	21,480,023	10,045,081
2018	31,593,257	18,818,123	12,775,134
2019	31,637,760	13,125,774	18,511,986
2020	31,546,051	7,513,745	24,032,306
2021	31,803,343	2,191,120	29,612,223
الإجمالي	315,133,839		112,452,681

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

يتضح من نتائج الجدول السابق أن إجمالي مخصص المطالبات بلغ ١١٢ مليون جنيه مصري، وهذا يمثل أفضل تقدير إكتواري لمخصص المطالبات بطريقة التسلسل السلمي.

٨-٢-٢ المرحلة الثانية: تقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات لنموذج ODP:

تم استخدام أسلوب البوتستراب لنموذج ODP، حيث يمثل أسلوب البوتستراب طريقة عشوائية بسيطة وفعالة تمكّن من حساب عدد من التقديرات المختلفة لمتغير عشوائي، باستخدام البيانات التجريبية كتقريب للتوزيع الحقيقي لمتغير عشوائي مما يوفر طريقة بسيطة لحساب التقديرات من الخطأ المرتبط بمخصص المطالبات، وتمثل الفكرة العامة لأسلوب bootstrap في إعادة أخذ عينات البيانات، بمعنى البحث عن هيكل مناسب داخل النموذج، وذلك بالاعتماد على توزيع ODP، وإعادة تشكيل مجموعات البيانات الجديدة من مجموعة البيانات الفعلية، وسوف يتم التطبيق للحصول على الخطأ أو التغير المحتمل لأفضل تقدير لمخصص المطالبات من خلال عرض نتائج الجداول التالية

النموذج المقدر Fitting Model

يتطلب الحصول على القيم المقدرة التراكمية، بالنظر إلى معدلات التطور، ويتم حسابها بشكل عكسي عن طريق قسمة المطالبات التراكمية المقدرة في الوقت t من جدول (٧) على معدل التطور في الوقت t – 1 من جدول (٣)، ويمكن حساب القيم التراكمية المثبتة من الخلف من خلال الجدول التالي:

جدول (7) المطالبات التراكمية المقدرة

سنة الحادث	مدفوعات المطالبات التراكمية المقدرة Fitted Cumulative Loss Payments									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2012	2,152,462	7,441,381	12,961,680	18,609,041	21,287,287	23,204,905	26,193,973	27,835,248	30,405,699	31,242,235
2013	2,158,859	7,463,496	13,000,200	18,664,345	21,350,550	23,273,867	26,271,819	27,917,971	30,496,061	
2014	2,166,878	7,491,221	13,048,493	18,733,678	21,429,862	23,360,323	26,369,412	28,021,679		
2015	2,160,361	7,468,691	13,009,249	18,677,336	21,365,411	23,290,066	26,290,105			
2016	2,180,047	7,536,748	13,127,793	18,847,530	21,560,099	23,502,293				
2017	2,171,950	7,508,756	13,079,035	18,777,529	21,480,023					
2018	2,176,646	7,524,989	13,107,311	18,818,123						
2019	2,179,712	7,535,589	13,125,774							
2020	2,173,394	7,513,745								
2021	2,191,120									

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

ويمكن حساب المطالبات السنوية المقدرة من الخلف بأخذ الفرق بين القيم التراكمية المقدرة لكل سنة من سنوات الحوادث، كما هو الحال في الجدول التالي:

جدول (8) المطالبات السنوية المقدرة

سنة الحادث	مدفوعات المطالبات السنوية المقدرة Fitted Incremental Payments (E)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2012	2,152,462	5,288,919	5,520,299	5,647,362	2,678,245	1,917,618	2,989,069	1,641,275	2,570,451	836,536
2013	2,158,859	5,304,637	5,536,704	5,664,145	2,686,205	1,923,317	2,997,952	1,646,152	2,578,090	
2014	2,166,878	5,324,343	5,557,272	5,685,186	2,696,183	1,930,461	3,009,089	1,652,267		
2015	2,160,361	5,308,329	5,540,558	5,668,087	2,688,075	1,924,655	3,000,039			
2016	2,180,047	5,356,701	5,591,045	5,719,737	2,712,569	1,942,194				
2017	2,171,950	5,336,805	5,570,280	5,698,493	2,702,494					
2018	2,176,646	5,348,343	5,582,322	5,710,812						
2019	2,179,712	5,355,877	5,590,185							
2020	2,173,394	5,340,351								
2021	2,191,120									

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

(أ) اختبار كاي تربيع Chi-Square

تم استخدام اختبار Chi-Square لاختبار جودة التوفيق بين البيانات السنوية الفعلية والبيانات المقدرة، حيث تقدر البيانات الفعلية من جدول (٢) للمطالبات السنوية الفعلية Actual Incremental (A) Claims، وتقدر البيانات المقدرة من جدول (٨) المطالبات السنوية المقدرة Fitted Incremental Claims(E)

جدول (9) اختبار كاي تربيع للمطالبات السنوية Incremental Chi-Square

Incremental Chi-Square Terms = (A-E)^2/E										
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	سنة الحادث
0	17755	51823	30397	10274	34419	272148	2208	75054	2426	2012
	17702	69921	4769	633356	432801	130009	219161	163108	198865	2013
		240907	1303428	4601	407017	621603	210439	763017	48055	2014
			810607	586816	7173	125771	125693	413188	211847	2015
				39099	542575	569371	29431	56518	13461	2016
					237624	54811	57522	160185	166318	2017
						623951	689949	8526	8835	2018
							109996	28891	70063	2019
								4022	9883	2020
									0	2021

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

(ب) البواقي Residuals

يتم استخدام المطالبات السنوية الفعلية من جدول (٢)، والمطالبات السنوية المقدرة من جدول (٨) لحساب Pearson Residuals حيث تمثل البواقي $r_{i,j}$ عن طريق طرح المطالبات الفعلية السنوية من المطالبات المقدرة السنوية والقسمة على الجذر التربيعي للمطالبات المقدرة السنوية

جدول (10) البواقي Residuals

Residuals (A-E)/E^.5										سنة الحادث
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
0.00	-133.25	-227.65	174.35	-101.36	-185.52	521.68	46.99	-273.96	-49.25	2012
	133.05	-264.43	69.06	-795.84	657.88	360.57	-468.15	403.87	-445.94	2013
		490.82	-1141.68	-67.83	-637.98	788.42	-458.74	873.51	-219.22	2014
			900.34	766.04	-84.70	-354.64	-354.53	-642.80	460.27	2015
				197.73	736.60	-754.57	-171.55	237.73	116.02	2016
					-487.47	234.12	239.84	-400.23	407.82	2017
						-789.91	830.63	-92.34	94.00	2018
							331.66	-169.97	-264.69	2019
								63.42	-99.41	2020
									0.00	2021

(ج) إعادة أخذ عينات البواقي Resampled Residuals

من بين خطوات البوتستراب تُعد أهم خطوة هي إعادة أخذ عينات البواقي Resampling the residual، مع الاستبدال من جدول (١٠)، حيث تأتي عملية إعادة أخذ العينات Resampled Residuals بخطوة استبدال bootstrapping for residuals (ri,j) لعدد من المرات N مرة، حيث لدينا ١٠٠٠ مثلث من بواقي البوتستراب bootstrapped residuals، وبعد إعادة أخذ العينات مع الاستبدال من الخطوة السابقة عدد ١٠٠٠ مرة من البواقي، يجب أن يؤخذ في الاعتبار أن جميع البواقي يجب أن يكون لها نفس فرصة الاختيار أثناء Resampled Residuals مع الاستبدال، ومن ثَم يظهر المثلث من جدول (١١) عينة واحدة من Resampled Residuals من خلال الجدول التالي:

جدول (11) إعادة أخذ عينات البواقي Resampled Residuals

سنة الحادث	إعادة أخذ عينات البواقي Resampled Residuals									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2012	174.35	234.12	46.99	234.12	766.04	133.05	-92.34	-227.65	900.34	873.51
2013	-49.25	-101.36	-1141.68	331.66	-67.83	407.82	-468.15	-795.84	-169.97	
2014	-445.94	-171.55	-171.55	736.6	-169.97	237.73	657.88	-84.7		
2015	-487.47	-227.65	-400.23	-642.8	873.51	460.27	-99.41			
2016	-354.64	239.84	-84.7	237.73	900.34	830.63				
2017	-84.7	116.02	900.34	-637.98	-171.55					
2018	234.12	331.66	873.51	-169.97						
2019	657.88	900.34	-754.57							
2020	0	-487.47								
2021	-445.94									

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

(د) إنتاج بيانات ناتجة عن المحاكاة Pseudo Data وتقدير مخصص جديد

بعد رسم عينة عشوائية (للسماح بالاستبدال Replacement) من مجموعة أخطاء البواقي residual errors، تُضاف القيم المأخوذة من العينة العشوائية إلى البيانات السنوية الفعلية the actual incremental data لإنتاج نتيجة بديلة، ولكن متساوية الاحتمال للمطالبات الفعلية، ثم بعد ذلك يتم تجميع "المطالبات السنوية الناتجة عن المحاكاة" The incremental pseudo claims ، وتطبق طريقة التسلسل السلمي كالمعتاد، ويتم الحصول على تقدير مخصص ثان، ويتم حساب مجموعة جديدة من أخطاء البواقي باستخدام المجموعة الثانية من التقديرات، واستخدامها لإنتاج مجموعة جديدة من البيانات التي تم محاكاتها وتقدير مخصص جديد، بعد إنتاج عدد كاف من التقديرات، وتوفير عينة عشوائية لتوزيع قيمة المخصص الحقيقية، من خلال الجدول التالي:

جدول (12) إنشاء البيانات التراكمية الناتجة عن القيم المحاكاة Pseudo Data من المطالبات السنوية المقدرة Fitted

سنة الحادث	مدفوعات المطالبات التراكمية للبيانات المحاكاه									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2012	2,408,254	8,235,588	13,866,282	20,070,005	24,001,900	26,103,763	28,933,190	30,282,822	34,296,749	35,932,217
2013	2,086,496	7,157,678	10,007,992	16,461,463	19,036,491	21,525,390	23,712,766	24,337,840	26,643,014	
2014	1,510,437	6,438,928	11,591,782	19,033,282	21,450,368	23,711,140	27,861,428	29,404,826		
2015	1,443,875	6,227,712	10,826,189	14,963,921	19,084,144	21,647,338	24,475,188			
2016	1,656,418	7,568,214	12,958,992	19,247,294	23,442,707	26,542,491				
2017	2,047,129	7,651,962	15,347,166	19,522,708	21,943,181					
2018	2,522,050	8,637,399	16,283,554	21,588,176						
2019	3,150,990	10,590,495	14,396,615							
2020	2,173,394	6,387,248								
2021	1,531,017									

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

ويتم حساب معدلات التطور Age-to-Age Factors from pseudo-data بنفس طريقة حساب التسلسل السلمي في جدول (٣/٥)، عن طريق قسمة المطالبات التراكمية من البيانات التي تم محاكاتها في كل سنة تطور على المطالبات التراكمية المحاكاة في السنة السابقة لها مباشرة.

جدول (13) معدلات التطور المقدرة من البيانات المحاكاة

سنة الحادث	معدلات التطور المقدرة من البيانات المحاكاة								
2012	3.4197	1.6837	1.4474	1.1959	1.0876	1.1084	1.0466	1.1325	1.0477
2013	3.4305	1.3982	1.6448	1.1564	1.1307	1.1016	1.0264	1.0947	
2014	4.2630	1.8003	1.6420	1.1270	1.1054	1.1750	1.0554		
2015	4.3132	1.7384	1.3822	1.2753	1.1343	1.1306			
2016	4.5690	1.7123	1.4852	1.2180	1.1322				
2017	3.7379	2.0057	1.2721	1.1240					
2018	3.4248	1.8852	1.3258						
2019	3.3610	1.3594							
2020	2.9388								
2021									

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

وتم حساب المتوسط المرجح ومعدلات التطور التراكمية باتباع نفس خطوات جدول (٣) للتسلسل السلمي، ولكن بالتطبيق على جدول (١١) وجدول (١٣) للحصول على نتائج معدلات تطور المطالبات ومعدلات تطور الخسارة التراكمية، من خلال الجدول التالي:

جدول (14) حساب معدلات التطور ومعدلات تطور الخسائر التراكمية للمطالبات النهائية المتوقعة من البيانات المحاكاة المقدرة pseudo-data

سنة التطور	(2/1)	(3/2)	(4/3)	(5/4)	(6/5)	(7/6)	(8/7)	(9/8)	(10/9)
معدلات التطور	3.6262	1.6842	1.4402	1.1799	1.1169	1.1290	1.0437	1.1157	1.0477
معدلات التطور التراكمية	15.9657	4.4028	2.6141	1.8151	1.5384	1.3773	1.2200	1.1689	1.0477

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

(٥) المطالبات النهائية المتوقعة للبيانات المحاكاة Pseudo Data

باتباع نفس خطوات طريقة التسلسل السلمي، تم حساب المطالبات النهائية المتوقعة من البيانات المحاكاة بنفس طريقة التقدير من خلال الجدول التالي:

جدول (15) المطالبات النهائية المتوقعة من البيانات المحاكاة pseudo-data

سنة الحادث	سنة التطور	المطالبات المدفوعة Latest Diagonal	عوامل تطور الخسارة التراكمية (LDF)	المطالبات النهائية
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)= (3)x(4)
2012	10	35,932,217	1.000	35,932,217
2013	9	26,643,014	1.0477	27,913,886
2014	8	29,404,826	1.1689	34,371,301
2015	7	24,475,188	1.2200	29,859,729
2016	6	26,542,491	1.3773	36,556,973
2017	5	21,943,181	1.5384	33,757,390
2018	4	21,588,176	1.8151	39,184,698
2019	3	14,396,615	2.6141	37,634,191
2020	2	6,387,248	4.4028	28,121,775
2021	1	1,531,017	15.9657	24,443,758
الإجمالي		208,843,973		327,775,919

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

جدول (16) تقدير إجمالي مخصص المطالبات من البيانات المحاكاة

سنة الحادث	المطالبات النهائية	المطالبات المدفوعة	إجمالي مخصص المطالبات
2012	35,932,217	35,932,217	0
2013	27,913,886	26,643,014	1,270,872
2014	34,371,301	29,404,826	4,966,475
2015	29,859,729	24,475,188	5,384,541
2016	36,556,973	26,542,491	10,014,482
2017	33,757,390	21,943,181	11,814,209
2018	39,184,698	21,588,176	17,596,522
2019	37,634,191	14,396,615	23,237,576
2020	28,121,775	6,387,248	21,734,527
2021	24,443,758	1,531,017	22,912,741
الإجمالي	327,775,919	208,843,973	118,931,946

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

وبناءً عليه بلغ إجمالي مخصص المطالبات المقدرة للبيانات المحاكاة ١١٨ مليون جنيها مصريا.

(و) نتائج محاكاة البوتستراب وتقدير خطأ التنبؤ Bootstrap simulation results:

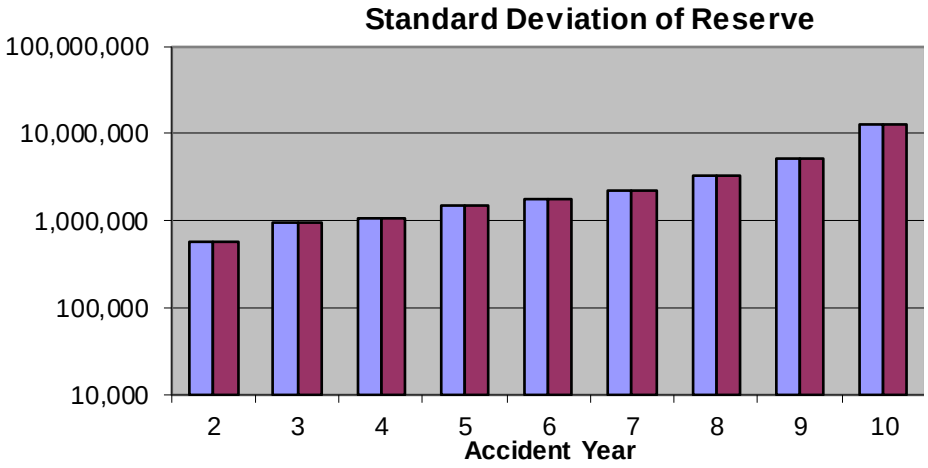
تم إنشاء عدد ١٠٠٠ من المثلثات لقيم المطالبات السنوية، بعد ذلك تم إجراء حسابات طريقة التسلسل السلمي على كل مثلث تراكمي تم تشغيله، والذي ينتج عدد ١٠٠٠ مخصص، وتسمى هذه الخطوات the bootstrap loop، ويوجد التوزيع التجريبي لحجم مخصص ١٠٠٠ وتم حساب المتوسط التجريبي والانحراف المعياري (الخطأ المعياري) ومعامل الاختلاف الذى يمثل عدم التأكد لمخصص المطالبات من خلال الجدول التالي (Wolny-Dominiak, 2016).

جدول (17) نتائج محاكاة البوتستراب لنموذج Results from Bootstrap Simulations (ODP)

نتائج محاكاة البوتستراب	إجمالي المخصص	2	3	4	5	6	7	8	9	10
المتوسط	114,187,548	856,362	3,472,475	5,094,900	8,193,253	10,132,228	12,816,660	18,777,215	24,496,430	30,348,025
الانحراف المعياري	17,494,083	545,963	970,029	1,153,534	1,574,407	1,813,590	2,246,802	3,438,146	5,615,070	12,790,299
خطأ العملية	6,099,002	528,175	1,063,577	1,288,301	1,633,720	1,816,778	2,043,322	2,473,233	2,824,885	3,144,232
إجمالي الانحراف المعياري	18,526,758	759,634	1,439,497	1,729,266	2,268,876	2,567,059	3,036,986	4,235,295	6,285,618	13,171,102
معامل الاختلاف	0.162	0.887	0.415	0.339	0.277	0.253	0.237	0.226	0.257	0.434

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

ويوضح الشكل التالي خطأ التنبؤ لمخصص المطالبات وفقًا لكل سنة من سنوات الحادث:



الشكل (١) الانحراف المعياري لمخصص المطالبات نموذج (ODP)
المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

٩. النتائج:

١. تم تقدير خطأ التنبؤ ومتوسط مخصصات المطالبات باستخدام أسلوب البوتستراب عن كل سنة من سنوات الحادث، بالمقارنة مع مخصص المطالبات الفعلي باستخدام طريقة التسلسل السلمي لمعرفة نسبة الخطأ أو الانحراف عن المخصص الفعلي من خلال الجدول التالي:

جدول(١٨) مقارنة نتائج مخصص المطالبات الفعلي ومخصص المطالبات المقدر باستخدام البوتستراب لنموذج (ODP)

سنة الحادث	المخصص الفعلي	متوسط البوتستراب	خطأ التنبؤ	نسبة خطأ التنبؤ %
2012	0	0	0	0
2013	839,022	856,362	759,634	89%
2014	3,429,806	3,472,475	1,439,497	41%
2015	5,066,789	5,094,900	1,729,266	34%
2016	8,140,335	8,193,253	2,268,876	28%
2017	10,045,081	10,132,228	2,567,059	25%
2018	12,775,134	12,816,660	3,036,986	24%
2019	18,511,986	18,777,215	4,235,295	23%
2020	24,032,306	24,496,430	6,285,618	26%
2021	29,612,223	30,348,025	13,171,102	43%
الإجمالي	112,452,681	114,187,548	18,526,758	16%

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج Excel

٢. بلغت قيمة إجمالي مخصص المطالبات المقدرة بطريقة التسلسل السلمي ١١٢ مليون جنيها مصريا، وبلغت قيمة خطأ التنبؤ ١٨مليون جنيها مصريا بنسبة ١٦٪ ومن ثَم فإن قيمة مخصص المطالبات الفعلي سوف يكون في حدود ١٦٪ بالزيادة أو النقص عن قيمة المخصص المقدر.

٣. تعتبر طريقة التسلسل السلمى سهلة التنفيذ وتتوصل إلى نتائج دقيقة وموثوقة ولكنها لا تقدر التباين، وبالتالي تم تطبيق أسلوب البوتستراب لنموذج ODP لتقدير التباين وعدم التأكد في مخصص المطالبات.

١٠. التوصيات

- يوصي الباحث بأهمية تطبيق نموذج بواسون ذي التشتت الزائد باستخدام أسلوب البوتستراب لتقدير خطأ التنبؤ في مخصص المطالبات المقدرة بدقة من قبل الخبير الإكتواري وذلك من خلال أساليب المخصص التقليدية كخطوة أولى لتطبيقه في السوق المصرية، والتحقق من جودة النموذج وصحة تطبيقه في الواقع العملي.
- يوصي الباحث بضرورة قيام شركات التَّأمين المصرية باستخدام طرق تقليدية إكتوارية ونماذج عشوائية حتى تعكس الأخطار التي تؤثر على المطالبات المستقبلية بصورة جيدة، وذلك من خلال الاهتمام بتقدير خطأ التنبؤ لمخصص المطالبات.

المراجع

أولاً: مراجع باللغة العربية:

حسن، أسامة حنفي محمود (٢٠٠٣). تقدير المخصصات لتأمينات الممتلكات والمسئوليات لشركات التأمين المباشر في ج.م.ع بالتطبيق على فرع الحريق باستخدام الأساليب الكمية، رسالة دكتوراه، كلية تجارة، جامعة القاهرة.

سلام، أحمد أسامة (٢٠١٠). تقدير مخصصات الخسارة في التامينات التأمينات العامة باستخدام النماذج التصادفية بالتطبيق على فرع التأمين من الحريق. رسالة دكتزراه دكتوراة، كلية تجارة، جامعة القاهرة.

عبد القوي، رغدة أحمد عبد الفتاح (٢٠١٩). تطبيق نموذج (Munich Chain- Ladder) ودراسة أثره على دقة تقدير التعويضات النهائية في تأمينات الممتلكات والمسئوليات. رسالة ماجستير، كلية التجارة، جامعة القاهرة.

ثانياً: مراجع باللغة الإنجليزية:

Chase, T. R. (2015). Analysis of bootstrap techniques for loss reserving, Doctoral dissertation, North Dakota State University.

England, P. D., & Verrall, R. J. (2006). Predictive distributions of outstanding liabilities in general insurance. Annals of Actuarial Science.

England, P. D., Verrall, R. J., & Wüthrich, M. V. (2019). On the lifetime and one-year views of reserve risk, with application to IFRS 17 and Solvency II risk margins. *Insurance: Mathematics and Economics*.

England, P., & Verrall, R. (1999). Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. *Insurance: mathematics and economics*,

England, P.D. & Verrall, R.J. (2002). Stochastic claims reserving in general insurance. *British Actuarial Journal*.

Gutterman,Sam. (2017). Risk and Uncertainty - IAA Risk Book Chapter 17.

Hussein, Raghda Ali Abdul Rahman. (2016). Claim Reserving in General Insurance under. Master of Science (MSc) in Insurance, Faculty of Commerce, Cairo University.

Ibrahim, Raafat Ahmed Ali. (2006). A Comparison of Statistical Models That Reproduce Loss Reserve Estimate. Accounting, Management & Insurance Review. Cairo University Press.

Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., & Denuit, M. (2008). IBNR techniques. *Modern Actuarial Risk Theory: Using R*.

Ogutu, J. A. (2011). Claims reserving using over dispersed Poisson model, Doctoral dissertation.

Osman, A. (2019). Estimating Ultimate Claims Using Predictive Modeling Methods applied to Motor Insurance, Actuary ASA,MSc, Faculty of Commerce ,Cairo University.

ST7 – P C – 13 Combined Materials Pack. (2013). Act Ed Study Materials: Examinations Subject ST7. The Actuarial Education Company

Estimating the prediction error in the claims provision using Over-Dispersed Poisson Model

Raafat Ahmed Ali
Professor of Insurance and Actuarial Science
Faculty of Commerce
Cairo University

Youmna Muhammad Abdel Aziz Ahmed
Lecturer of Insurance and Actuarial Science
Faculty of Commerce
Cairo University

Aya Saied Hanafy Mahmoud
Assistant Lecturer of Insurance and Actuarial Science
Faculty of Commerce
Cairo University
aya.said@foc.cu.edu.eg

Abstract

This research aims to estimate the prediction error in the claims provision using one of the stochastic models, which depends in its application on the use of the Bootstrap method through the application of the Over-Dispersed Poisson Model, it is necessary to present the different types of errors that play an important role in the application of the model The proposal, which represent sources of uncertainty, as the mathematical models are just models that correspond to reality, as they are linked to uncertainty, and the proposed model resulted in an estimate of the parameters of the model in order to arrive at an evaluation of the potential error on which the use of the best estimate depends and obtaining measures of variance, where The bootstrap prediction errors are compared with their analytical equivalents from other stochastic provision models, and the study concluded that the value of the expected estimated claims provision amounted to 114 million pounds, and the percentage of prediction error was 16%. The study recommended the importance of the Financial Supervisory Authority adopting the model applied in this research to estimate the forecast error in the claims provision, and using the bootstrap method to estimate the claims provision It comes with the help of advanced actuarial and statistical programs because of its advantages in obtaining all the required information about the distribution of loss and the prediction error in the estimate.

Keywords

Claims Provision, Prediction Error, Over-Dispersed Poisson Model.